SULLA LEGGE DI UNIVERSALE ROTAZIONE PER LUIGI BARBERA LETTERA DI...

Giovanni Antonelli

SULLA LEGGE DI UNIVERSALE ROTAZIONE

LETTERA

DI GIOVANNI ANTONELLI D. S. P.

A NICCOLÒ TOMMASEO.

SULLA LEGGE

DI UNIVERSALE ROTAZIONE

PER LUIGI BARBERA

LETTERA

DI GIOVANNI ANTONELLI D. S. P.

A

NICCOLO TOMMASEO.

FIRENZE
TIPOGRAFIA CALASANZIANA
diretta da A. Ferroni
1867

Chiarissimo Sig. Tommaséo

Firenze, 21 Febbraio 1867

Conformemente alla intenzione, che Le accennai Lunedì scorso, e al desiderio che Ella me ne esternava, ho rivolto un poco il pensiero al nuovo sistema della *Universale rotazione*, tosto che ho potuto avere a mia disposizione lo scritto relativo. Ciò avveniva nella sera dello stesso giorno, mercè della gentilezza dell' egregio Maggiore sig. Giorgio Pozzolini, già alunno valentissimo delle Scuole di questo Collegio: il perchè sollecitamente posso dirle tutto quello, che mi sembra aver veduto con sicurezza nella parte fondamentale dello scritto medesimo.

Chiamo parte fondamentale di questo lavoro la determinazione delle formule principali relative, le quali si trovano stabilite da pagina 8 a pagina 11 inclusivamente.

Nel primo di questi due luoghi l'Autore dice:

« Noi sappiamo che i corpi celesti hanno tutti disu» guale velocità di rotazione; quindi supponendo che l'ab» biano tale, che alla superficie stessa le due contrarie » forze (la centrifuga e la centripeta) si pareggino, non » facciamo un' ipotesi assurda od impossibile a verificarsi » nella realità. Stando a questa ipotesi, se con f si indica

» l' effetto della forza centrifuga in un secondo di tempo,
» con $\frac{g}{2}$ quello della gravità nella stessa unità di tempo
» e alla medesima superficie, con v la velocità di rota-
» zione che la sfera dovrebbe avere perchè fosse $f=\frac{g}{2}$,
» siccome si sa che $f=\frac{v^2}{2R}$, così sarà $\frac{g}{2}=\frac{v^2}{2R}$; e quindi
» $v^2=Rg$. »

Due osservazioni qui mi permetto, perchè mi sembrano giuste. La prima è che l'ipotesi fatta nel caso nostro, dico dell' eguaglianza tra la forza centrifuga e la centripeta, è notoriamente falsa, stando ben altrimenti le cose nel nostro sistema planetario; di che conviene anche l' autore, avendo espresso con v non la velocità reale della sfera di raggio R, ma quella che *dovrebbe avere*, affinchè sussistesse il rapporto che pone tra f e g. La seconda osservazione sta ad avvertire, che la forza centrifuga di un punto della circonferenza rotante, appartenente ad un circolo di raggio R, non è espressa da $\frac{v^2}{2R}$, come l'Autore ha detto al principio della pagina 6; ma vien data semplicemente da $\frac{v^2}{R}$. Per giungere quindi alla formula $v^2=Rg$, bastava che a dirittura dichiarasse voler supporre uguali f e g.

Stabilita la ipotetica, anzi falsa relazione in ordine alla realtà dei fatti in proposito, dico l'equazione $v^2=Rg$; l'Autore passa a costituire una formula per le velocità dei pianeti nei loro movimenti traslativi intorno all'astro centrale; a datto v' la velocità di rivoluzione, o di traslazione, in un minuto secondo, T il tempo periodico, cioè quello che il pianeta impiega a percorrere tutta la sua orbita, ed m il rapporto della distanza δ di un pianeta dal suo prin-

cipale di raggio R al raggio medesimo, sì che sia $\delta = mR$; trova $v'^2 = \frac{4\pi^2 R^2 m^2}{T^2}$.

Questa formula si può ammettere, perchè può supporsi, senza pregiudicare allo scopo nostro, che il pianeta descriva la sua orbita col suo moto medio, e così con movimento uniforme, nello stesso tempo T nel quale la descrive con moto vario. ma ciò che non può concedersi in buona regola, è la sintesi che viene a fare l'Autore tra questa formula vera, e la falsa $v^2 = Rg$, dividendo questa per quella, e ricavandone il rapporto $\frac{v^2}{v'^2} = \frac{gT^2}{4\pi^2 Rm^2}$, come se niente ci fosse che dire sulla tanto diversa natura delle due equazioni comparate!

Messo in campo quel rapporto, l'Autore passa a calcolare $\frac{gT^2}{4\pi^2 R}$ pel caso che il pianeta secondario sia la Luna, e il principale o centrale la Terra. Passando sopra alla inesattezza di avere egli creduto il valore di T, che assume, in giorni siderei, mentre è la rivoluzione siderale della Luna in tempo medio; lasciando a parte l'altra inesattezza di aver preso il numero dei secondi, che in tempo medio sono contenuti in un giorno siderale, mentre in tempo medio o in tempo sidereo, che fosse T, un giorno di qualunque specie consta di 86400 secondi, dirò che, pel valore di quel coefficiente ottiene un numero, il quale rappresenta prossimamente il cubo di m pel caso attuale di applicazione. Allora su questo caso fonda una induzione, e stabilito così che $\frac{gT^2}{4\pi^2 R}$ equivale ad m^3, ne deduce che debba essere $\frac{v^2}{v'^2} = \frac{m^3}{m^2} = m$, d'onde trae $v' = \frac{v}{\sqrt{m}}$.

Però quando si tratta di venire alla verificazione di

questa formula per gli altri pianeti, il che propone a p. 10, invece di v^2 sostituisce Rg, il perchè calcola la formula $v' = \frac{\sqrt{Rg}}{\sqrt{m}}$, e vedendo che le verificazioni gli tornano, crede che questa formula sia una conseguenza del falso supposto di $f = g$, e proclama la scoperta di una grande legge di natura!

Ma, di grazia, come mai, ragionando bene, può derivare una cosa vera da una falsa? Come mai da una cosa, che non è in natura, può procedere la scoperta di una grande legge di natura? Come mai ciò che non sussiste, può esser causa di ciò che ha un'esistenza reale? — Queste sole domande, che l'Autore avesse fatte a sè stesso, mi pare che avrebbero dovuto farlo accorto di qualche paralogismo, di qualche grave difetto nel suo procedimento, di qualche compenso di errori; sì che quanto avesse riscontrato di vero, da altra origine dovesse scaturire! — Rintracciamo ora questa origine, e prima quella dell'inganno dell'Autore del nuovo sistema.

Egli, probabilmente, è rimasto molto compenetrato e scosso dalla bontà dei resultamenti, che ha conseguiti dalla formula finale $v' = \sqrt{\frac{Rg}{m}}$, e sotto l'influenza di tale consenso e ammirazione, non si è accorto che, quando ha sostituito per v^2 l'ipotetico valore Rg, è venuto apertamente a dividere l'equazione identica $Rg = Rg$, non più ipotetica, ma verissima, per v'^2 e per lo ammesso valore di questo. Rappresentandolo con p per maggior semplicità, l'Autore ha dunque fatto realmente questa operazione, poco importa il prima o il poi, cioè se simultaneamente o successivamente: $\frac{Rg}{v'^2} = \frac{Rg}{p}$, d'onde (non commettendo errore di calcolo)

si ricaverà sempre $v'^2 = \frac{pRq}{Rq} = p$, e la introduzione del v^2, dello Rq, e di qualunque altra quantità q, è propriamente inutile ed inefficace, salvo a complicare i calcoli senza pro.

Da questa critica puramente algebrica emerge frattanto: 1.° Che la velocità di rotazione, supposta dall' Autore, non ha parte veruna nella formula finale 2.° Che se questa è vera sotto quella forma, dev' essere una deduzione legittima della forma primitiva del valore di v', sul quale abbiamo convenuto, come di ragione.

E infatti da $v'^2 = \frac{4\pi^2 R^2 m^2}{T^2}$ si deduce legittimamente la ridotta $v'^2 = \frac{Rg}{m}$, ossia $v' = \sqrt{\frac{Rg}{m}}$ Perciocchè, supposto che due corpi si attraggano continuamente in ragione diretta delle masse respettive e inversa del quadrato della loro distanza, e che ad uno di essi sia stata impressa una forza di proiezione qualunque, poco importando qui per il fatto, o che questa forza sia stata imposta immediatamente da Dio Creatore, o che Egli siasi valso di agenti, già creati da Lui, si ha dagli elementi della Meccanica celeste la seguente relazione:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{M}$$

nella quale T è il tempo della rivoluzione siderale del corpo, che supponesi avere ricevuto l' impulso istantaneo di proiezione, e che riguardasi come secondario rispetto all' altro; π è il solito rapporto della circonferenza al diametro di un circolo, a è il semiasse maggiore dell' ellisse che si trova descrivere il corpo secondario intorno al centrale, ed M è la somma delle intensità delle respettive attrazioni de' due corpi — Questa è appunto la formula,

dalla quale viene dimostrata la terza legge di Keplero, quella cioè che afferma, i quadrati dei tempi, occorrenti a due pianeti per descrivere le loro orbite, essere in ragione dei cubi dei respettivi assi maggiori. Infatti per un altro pianeta, ammettendo che la somma della intensità del potere attrattivo di ciascun pianeta con quella del principale possa riguardarsi come equivalente, sarà $T'^2 = \frac{4\pi^2 a'^3}{M}$, e per conseguenza avremo

$$T^2 : T'^2 :: \frac{4\pi^2 a^3}{M} : \frac{4\pi^2 a'^3}{M} :: a^3 : a'^3, \text{ cioè}$$

$$T^2 : T'^2 :: 8a^3 : 8a'^3 :: (2a)^3 : (2a')^3$$

che è nei termini della espressa legge.

Concedendo adesso, come per l'esattezza che basta allo scopo nostro può concedersi, che sia trascurabile il potere attrattivo del corpo secondario di fronte a quello del principale o centrale; rappresentato con μ la potenza di attrazione di questo, con R il raggio del suo corpo, che ammetteremo di forma sferica, potrà farsi $a^3 = \partial^3 = m^3 R^3$, e quindi sarà $T^2 = \frac{4\pi^2 R^3 m^3}{\mu}$, d'onde $\frac{T^2}{4\pi^2 R} = m^3 \cdot \frac{R^2}{\mu}$. Ma il potere attrattivo di un corpo, il quale sappiamo essere proporzionale alla massa o alla quantità della materia, di cui componesi il corpo, e da essa dipendente, può supporsi riepilogato, per gli effetti che ne derivano, al centro di gravità del corpo medesimo; e poichè l'attrazione agisce in ragione inversa dei quadrati delle distanze, ne seguirà che alla distanza R da quel punto di concentramento, ossia alla superficie del corpo principale, il potere attrattivo, cioè la forza di gravità, che è il nostro g, sarà espressa da $\frac{\mu}{R^2}$.

Dunque si avrà $\frac{R^2}{\mu} = \frac{1}{g}$; $\frac{T^2}{4\pi^2 R} = m^3 \cdot \frac{1}{g}$, e per conseguenza

$\frac{gT^2}{4\pi^2 R} = m^3$, come l'Autore, che critichiamo, ha veduto che doveva essere nel suo calcolo numerico per la Luna.

Riassumendo ora il valore di v'^2, dato in generale da $\frac{4\pi^2 R^2 m^2}{T^2}$, e supponendo che si tratti della stessa coppia di pianeti o di corpi, uno principale ed uno secondario, il perchè i simboli algebrici abbiano qui lo stesso preciso significato che nella relazione precedente, tratta dalla Meccanica celeste, si sostituisca nel riferito valore di v'^2 quello di T^2, desunto dall'equazione $\frac{gT^2}{4\pi^2 R} = m^3$ avremo

$$v'^2 = 4\pi^2 R^2 m^2 \cdot \frac{4\pi^2 R m^3}{g} = \frac{4\pi^2 R^2 m^2 g}{4\pi^2 R m^3} = \frac{Rg}{m}, \text{ e } v' = \sqrt{\frac{Rg}{m}},$$

la quale è precisamente la formula, che ha trovata vera l'Autore, che tale veramente è, dentro i limiti di sufficiente approssimazione; ma che invece di derivare dal nuovo sistema di lui, procede limpidamente dal nostro, cui egli non ha fatto buon viso!

Rivendicata alla Teoria nutoniana la relazione reale $v'^2 = \frac{Rg}{m}$, dovranno ascriversi a merito della teoria medesima le conseguenze, che legittimamente possono dedursene. Tra queste mi sembra di una qualche importanza la nuova maniera di determinare la gravità alla superficie di un pianeta centrale, in quanto può aversi indipendentemente dai soliti elementi, cioè dalla cognizione delle masse, da influenza della forza centrifuga, e da determinazioni analoghe, eseguite sperimentalmente su di un altro corpo, o almeno assumendo la gravità di questo per unità di misura. Dalla relazione stessa si ha infatti $g = \frac{mv'^2}{R}$,

ove intervengono soltanto quantità lineari, e il tempo della rivoluzione siderale di un pianeta secondario, a cagione della velocità media v' del medesimo.

Così volendo conoscere direttamente la gravità alla superficie del Sole per mezzo della media velocità traslativa della terra, avremo $v' = \frac{2mR\pi}{365,25637 \cdot 86400''}$, $m = 220,7524$, $R = 108,556\, r$, $mR = 23964\, r$, ed r = raggio terrestre $= 6364551^m$, quando si voglia la gravità indipendentemente anche dalla figura sferoidale degli astri comparati. — Sarà dunque

$$\frac{mv'^2}{R} = \frac{4m^2\pi^2 mR}{(365,25637 \cdot 86400'')^2};$$

e calcolando, si troverà $g = 294^m,628$

Secondo M. Laugier, astronomo del Bureau delle Longitudini a Parigi, il peso alla superficie del Sole è 29 volte e 976 millesimi quello che si conviene alla superficie terrestre; e questo, sceverato dell'effetto della forza centrifuga, si sa che è espresso da $9^m,81645$. Ora moltiplicando questo numero pel detto rapporto 29,976, si ottiene $294^m,258$: dunque il nuovo metodo è assai prezioso, avendoci fatto conoscere il difficile elemento della gravità solare dentro i limiti di 57 centimetri su 294 metri.

Altra conseguenza, rimarchevole per la sua semplicità, è pure la relazione, che tra la velocità di traslazione di due corpi secondarj qualunque, rispetto ad un centro comune, emerge dalla nostra formula. — Per essa abbiamo infatti

$$v'^2 : V'^2 :: \frac{Rg}{m} : \frac{Rg}{n} :: \frac{1}{m} : \frac{1}{n} :: n : m :: nR : mR$$

rappresentando con v' e V' le dette respettive celerità, e con m ed n il rapporto delle respettive distanze dall'astro

centrale al raggio del medesimo. Frattanto quella proporzione dicendoci, che i quadrati delle velocità di rivoluzione di due pianeti sono in ragione inversa delle respettive distanze dal comune astro principale, viene a rivelarci più prontamente, che i pianeti del nostro sistema hanno in generale tanto maggiore celerità traslativa, quanto più sono prossimi al Sole.

Varie analogie curiose ed importanti offre pure la formula $v'^2 = \frac{Rg}{m}$, confrontata con quella della forza centrifuga, espressa da $f = \frac{v''^2}{R}$, intendendo per v'' la velocità dell'equatore del corpo rotante di raggio R. Perciocchè da esse deducesi facilmente

$$1.^a \; f : g :: v''^2 : mv'^2 \qquad 2.^a \; v'^2 : v''^2 :: \frac{g}{m} : f$$

$$3.^a \; v' : v'' :: \sqrt{\frac{g}{m}} : \sqrt{f} \qquad 4.^a \; v' = v'' \sqrt{\frac{g}{mf}}$$

$$5.^a \; v'\sqrt{m} = v''\sqrt{\frac{g}{f}}$$

le quali porgono un rapporto reale tra la velocità di rivoluzione di un pianeta, a la velocità effettiva di rotazione dell'astro centrale in funzione della forza centripeta e centrifuga di questo, o del rapporto della distanza tra i due corpi al raggio del principale; ma non può trarsene nulla in contrario ai principj, dai quali quelle relazioni sono dedotte, chè anzi ne vengono confermati, nè può ricavarsene argomento di causa ad effetto tra l'una e l'altra velocità, così collegate. Fatto $\frac{g}{f} = \rho$, rapporto della gravità sulla superficie di un pianeta principale alla forza centrifuga sull'equatore del medesimo, sarà $v' = v'' \sqrt{\frac{\rho}{m}}$, leg-

ge assai semplice e rimarchevole tra le velocità traslative dei corpi secondarj, e la velocità rotatoria del principale. Questa legge può essere espressa anche così:

$$v^{2} : v'^{2} :: g : m,$$

ed è di una generalità, di un'armonia e di una bellezza degna di considerazione. Essa dice infatti: *i quadrati delle velocità traslative dei pianeti primari rispetto al Sole, e dei satelliti relativamente ai respettivi astri principali, stanno al quadrato della velocità di rotazione del Sole, o dei relativi astri centrali, se trattisi di satelliti; come il rapporto della gravità, sulla superficie del respettivo astro centrale, alla forza centrifuga equatoriale del medesimo, sta al rapporto della distanza, tra astro secondario e primario, al raggio di questo.* — Se era nei voti di scoprire un legame, una relazione semplice e positiva tra le rotazioni dei pianeti principali e le traslazioni dei respettivi secondarj; oggi ci possiamo chiamare soddisfatti, mercè del teorema adesso enunciato: se poi si fosse voluto conoscere o la rotazione incognita di un astro centrale per mezzo di più secondarj, come per Urano, oppure se si fosse aspirato alla scoperta di una procedenza di causalità, per questa strada non si farebbe felice viaggio!

E molto meno si potrebbero fare simili deduzioni, quando nella formula $v'^{2} = \frac{Rg}{m}$ piacesse di porre un quadrato v^{2} in luogo di Rg, facendo $v^{2} = Rg$: perchè, sebbene da questa nasca l'altra $\frac{v^{2}}{R} = g$, non ne viene che $\frac{v^{2}}{R}$ sia una forza centrifuga. Affinchè questa espressione rappresenti una forza di questo genere, fa di mestieri che v sia la velocità di un punto della circonferenza rotante, che ha R per raggio: e poichè R e g nel caso nostro sono il

raggio o la gravità alla superficie dell'astro centrale, non è in nostra facoltà di mutare nè l'uno nè l'altro di questi elementi, e per conseguenza v^2 è un numero determinato, posto li per forma, come avremmo potuto metterci z^a, se ci fosse piaciuto di eguagliare ad Rg l'espressione z^a, piuttosto che l'altra v^2. Quindi, se non si dia la felice combinazione, che per l'appunto il numero v coincida con quello, che realmente rappresenta la velocità di rotazione dell'equatore dell'astro centrale, non si può trarre veruna partito dal concetto della forza centrifuga, per la potissima ragione che in tal caso non rappresenterebbesi una forza centrifuga da $\frac{v^2}{R}$. Ora tal combinazione è ben lontana dal verificarsi, come è facile persuadersene perciocchè, rappresentato con v'' la velocità di rotazione di un astro centrale, e con τ il numero dei minuti secondi che gli occorrono per un giro completo di questo movimento rotatorio, sarà visibilmente

$$v''=\frac{2R\pi}{\tau},\ \text{e}\ \frac{v^2}{v''^2}=Rg:\frac{4R^2\pi^2}{\tau^2}=\frac{g\tau^2}{4\pi^2R}.$$

Calcolando il secondo membro di questa equazione anche per il corpo della più rapida rotazione nel nostro sistema solare, che è Giove, si troverà che è un rotto improprio, e quindi si argomenterà che v è maggiore di v''. Infatti, per questa applicazione abbiamo $g=2,816.9^m,81645$, $\tau=35700''$, $R=11,16\ r=11,16.6364551^m$; e quindi

$\frac{g\tau^2}{4\pi^2R}=12,564$

Si può osservare, che il numero qui trovato, segna anche il rapporto della gravità alla forza centrifuga sullo stesso pianeta: perciocchè essendo $f=\frac{v''^2}{R}$, avremo

$\frac{q}{f} = g : \frac{v''^2}{R} = \frac{Rg}{v''^2}$, come sopra nel rapporto $\frac{v^2}{v''^2}$. Su Giove, dunque, la gravità è più che dodici volte e mezzo la forza centrifuga.

Da queste brevi considerazioni emerge frattanto, che se piaccia investigare, in quali condizioni un astro centrale dovrebbe trovarsi, affinchè alla sua superficie fosse equilibrio tra la forza centrifuga e quella di gravità; tale ricerca non può avere che uno scopo di scientifica curiosità, e non giammai quello di farne base di un sistema di realtà, perchè in realtà ciò che in tal caso ricercheremmo non ha sussistenza. — E volentieri darò brevemente opera a questa curiosa investigazione, anco perchè mi sarà occasione di notare altre due gravi inconvenienze, nelle quali pure mi sembra esser caduto l'Autore dello scritto in esame.

In tre modi può concepirsi che avrebbe luogo il detto equilibrio, o l'eguaglianza tra la forza centripeta e centrifuga alla superficie di un astro centrale di data massa, e quindi di determinato potere attrattivo: 1.° o stando ferme le sue attuali dimensioni, si acceleri la velocità angolare della sua rotazione; 2.° o rimanendo questa quale è, si estenda il raggio che determina il suo volume; 3.° o finalmente che si modifichi insieme questo e quella, secondo lo scopo della ricerca.

Quest'ultimo caso presenta una questione indeterminata, che ha infinite soluzioni, e quindi l'ometto. Per la prima, posto θ il tempo in minuti secondi, che sarebbe necessario alla rotazione dell'astro centrale, dovrà aversi evidentemente la velocità $v = \frac{2R\pi}{\theta}$, $v^2 = \frac{4R^2\pi^2}{\theta^2}$, e la forza centrifuga $\frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{\theta^2}$. Dunque se questa deve eguagliare la

gravità, dovrà essere $\frac{4\pi^2 R}{\theta^2} = g$, d'onde $\theta = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$. Rispetto ad un altro corpo centrale, se rappresentisi con Θ il tempo della sua rotazione in secondi, con g' ed R' la relativa gravità e il raggio, e pongasi $g' = qg$ ed $R' = nR$ avremo $\Theta = 2\pi \sqrt{\frac{R'}{g'}}$, e quindi sarà

$$\theta : \Theta :: \sqrt{\frac{R}{g}} : \sqrt{\frac{Rn}{gq}} :: 1 : \sqrt{\frac{n}{q}}$$

$$\text{e } \Theta = \theta \sqrt{\frac{n}{q}}.$$

Per applicare queste formule alla Terra ed al Sole, abbiamo $g = 9^m,81645$, $R = 6364551$

$n = 108,556$, $q = 29,976$;

e troveremo $\theta = 5059'',254 = 1^{o} \; 24' \; 19'',254$

$\Theta = 9627,786 = 2^{o} \; 40' . 27'',786$,

cioè, sapendosi che il tempo delle due respettive rotazioni reali è di 86164'' e di 2205200'', la Terra dovrebbe avere una velocità angolare pochissimo più di 17 volte quella che realmente possiede, ed il Sole dovrebbe averla quasi 229 volte maggiore.

Nel secondo supposto, comminceremo dal riflettere, che se la massa col potere attrattivo dell'astro centrale dee rimanere la stessa, accrescendosi il raggio dovrà scemare la forza di gravità sulla nuova superficie, il perchè, detto g' questa forza, risultante dalla supposizione, ed R' il raggio che vogliamo determinare; in quel modo che abbiamo $g = \frac{\mu}{R^2}$, sarà $g' = \frac{\mu}{R'^2} = g \frac{R^2}{R'^2}$, e perciò rappresentando con τ il tempo di una rotazione, la forza centrifuga all'equatore sarà $F = \frac{v^2}{R'} = \frac{4\pi^2 R'}{\tau^2} = g' = \frac{gR^2}{R'^2} = \frac{gR^2}{RR'^2}$ d'on-

de $\frac{R'^2}{R^2}=\frac{g\tau^2}{4\pi^2 R}$ Se poi si volesse che con l'accrescimento del raggio, crescesse di tanto la massa dall'astro, da conservare alla superficie la stessa gravità g, allora notando con R'' il raggio incognito, e con K la velocità equatoriale, dovrebbe essere $K^2=\frac{4\pi^2 R''^2}{\tau^2}$, e $\frac{K^2}{R''}=\frac{4\pi^2 R''}{\tau^2}=g$, dalla quale si ha

$$R''=g\frac{\tau^2}{4\pi^2},\ \text{ed}\ \frac{R''}{R}=\frac{g\tau^2}{4\pi^2 R}=\frac{R'^2}{R^2}$$

Venendo ai numeri, per il Sole abbiamo

$g=294^m,2579$; $\tau=2203200''$, $R=108,556.6364551^m$;
e nella prima ipotesi, $R'=37,415.R$;
nella seconda . $R''=52366,636\,R$
Per la Terra, con $g=9^m,81645$, $\tau=86164''$, $R=6364551^m$,
si avrebbe $R''=290,054\,R$.

Dunque, nell'ipotesi della conservazione delle respettive gravità alla superficie, il Sole che con 6630,668 dei suoi raggi perverrebbe alla regione di Nettuno, dovrebbe avere un raggio R'' quasi 8 volte maggiore del semiasse dell'orbita di quell'estremo pianeta, affinchè, con l'attuale sua velocità angolare di rotazione, potesse generare una forza centrifuga uguale alla gravità, e il raggio della Terra dovrebbe prolungarsi di tanto, da misurare quasi cinque volte la distanza media della Luna da noi! —

Ora, com'è che lo Scrittore della legge di universale rotazione trova a pag. 18 l'equilibrio tra le due opposte forze alla distanza di 36,155 raggi solari, quasi uguale al nostro R', e frattanto presuppone il caso del nostro R'', siccome viene indicato dal numero da cui trae quella distanza, già rinvenuto a pag. 14? — Se non m'inganno, il divario imponente nasce da questo, che vengo a dire.

A pagina 11 il detto Scrittore introduce una quantità G, per cui moltiplicando T, tempo della rotazione dell'Astro centrale, ha costituito nel prodotto GT il tempo di una completa rivoluzione traslativa del pianeta secondario, cui si riferisce il noto rapporto m. Dunque il numero G è il semplice rapporto di due tempi determinati, uno che appella ad una rotazione, l'altro che riguarda una traslazione. — A pagina 13 ripetutamente dichiara, che G è il numero dei giorni che il corpo secondario impiega a fare il suo giro intorno al primo: dunque il G della pagina 13 non è quello della 11; e frattanto da questa prende una formula, funzione di quel primo G, e se ne serve in quella per il secondo G, come se avessero lo stesso valore! — A pagina 15 poi senza tener conto di ciò che G doveva significare per la precedente supposizione, fa a dirittura $G = 1$, come se quel simbolo rappresentasse una quantità arbitraria; e da tale supposizione e da una formula, stabilita pel caso che G rappresentasse quel numero di giorni summentovati, leva un valore del solito m, a cui però in questo luogo da l'attribuzione di rappresentare *il raggio di eguaglianza delle forze* (centripeta e centrifuga); e da siffatto valore trae quel numero di raggi solari, che si è riportato qui sopra. — Credo che la esposizione di un tal modo di procedere, che a me pare molto inconveniente, basti a rendere ampia ragione della enorme differenza de' nostri relativi risultamenti!

Un altro procedimento consimile trovo usato a p. 11; dove ha rappresentato con v la velocità di rotazione dell'astro centrale, e ne da la formula opportuna: ma avendo precedentemente rappresentato con la stessa lettera v il famoso Rg, dimentica la loro specifica differenza, e tratta le formule respettive, come se i due distinti v fossero eguali!

— Dopo tutto questo, che ho notato su poche pagine del libro in proposito, ho stimato di non dover procedere più oltre nell'esame di quello — E certo che ciò sia sufficiente anche per la S.ª V.ª, nell'intento di conseguire un'idea adequata del merito di tale produzione, mi è grato di tributare la debita lode all'Autore della medesima, per averci richiamato a dedurre dalle nostre formule dei corollarj, che non si erano avvertiti; e frattanto mi ripeto con particolare ossequio

Della S.ª V.ª Ch.ᵐᵃ

Devot.ᵐᵒ Servitore
G. ANTONELLI D. S. P.

INDICE.